日本物理学会第71回年次大会　東北学院大学 3/21/2016

若手奨励賞受賞記念講演　21aAD7

実空間•速度空間の統計的揺動を取り込んだプラズマ乱流•輸送

九州大学　高等研究院･応用力学研究所

小菅佑輔

謝辞 (敬称略)

福山淳、P.H. Diamond, 伊藤早苗

伊藤公孝、稲垣滋、藤澤彰英、O.D. Gurcan, G. Dif-Pradalier, M. Lesur

UCSD, WCI Center for Fusion Theory でお世話になった方々、九州大学の方々、統合コード関係の方々、日頃お世話になっている皆様

本研究の一部は科研費補助金（23244113、15H02155、15K17799）、九州大学研究教育プログラム•研究拠点形成プロジェクト(TT26705)、応用力学研究所共同利用研究の支援を受けました。

アウトライン

- イントロダクション

- 熱アバランチの輸送モデリング

  対象論文1： Y. Kosuga, P.H. Diamond, O.D. Gurcan: Phys. Rev. Lett. **110** 105002 (2013)

- 位相空間渦と流れの相互作用

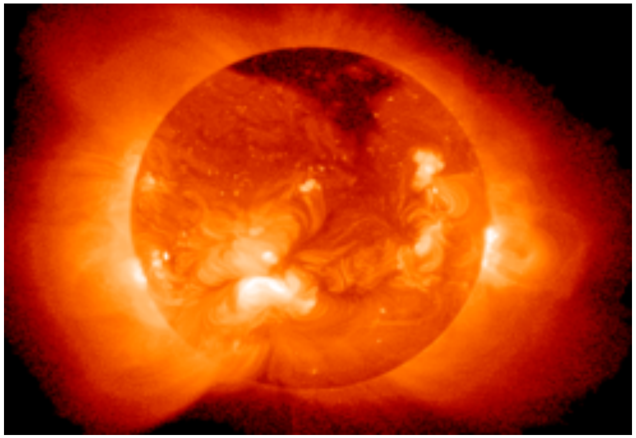
  対象論文2： Y. Kosuga and P.H. Diamond, Phys. Plasmas **18** 122305 (2011)

  対象論文3： Y. Kosuga, S.-I. Itoh, P.H. Diamond, and K. Itoh: Plasma Phys. Control. Fusion **55** 125001 (2013)

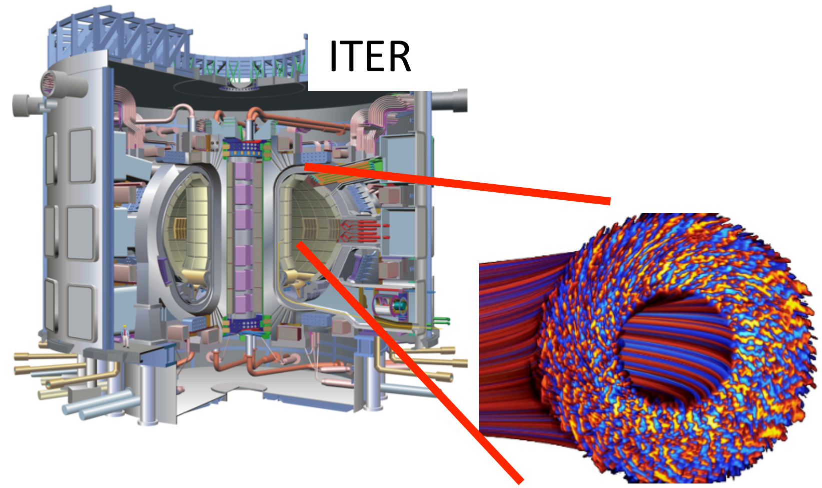
- まとめと今後の展望

自然界に普遍的なプラズマ乱流

天体プラズマ



核融合プラズマ



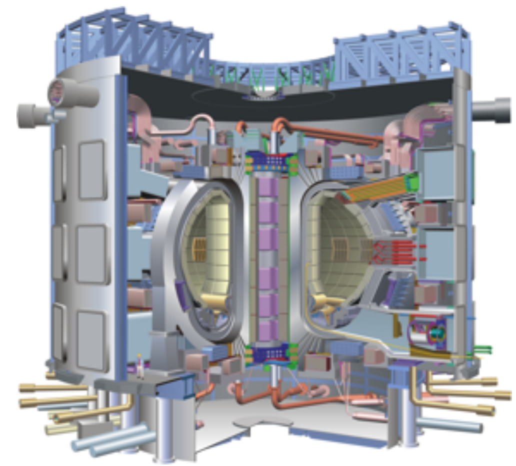
実験室プラズマ

- プラズマ乱流は普遍的に存在
- プラズマ乱流の理解が必要不可欠

プラズマ乱流・輸送モデリングの重要性

- 国際熱核融合炉ITERの物理基盤

ITER Physics Basis: Nucl. Fusion **39** 2137 (1999)
Progress in ITER Physics Basis: Nucl. Fusion **47** S1 (2007)

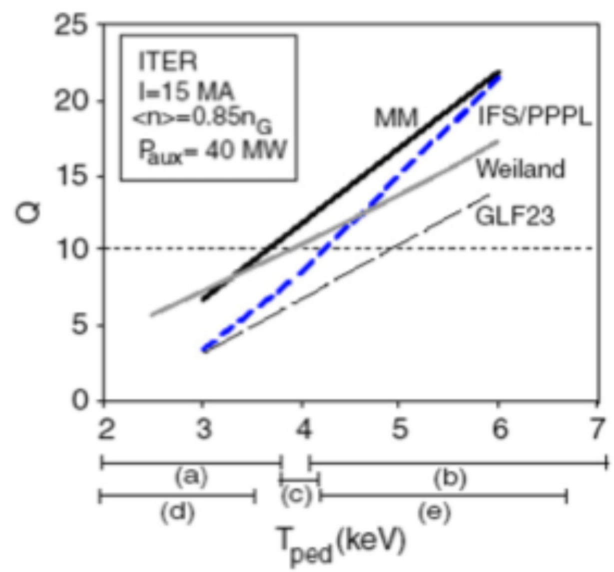


- 閉じ込め物理における未解決問題

  - 輸送スケーリング
  - 過渡応答
  - …

  30年来の難問

  - 予測確度向上の妨げ
  - 性能予測のばらつき
  - …

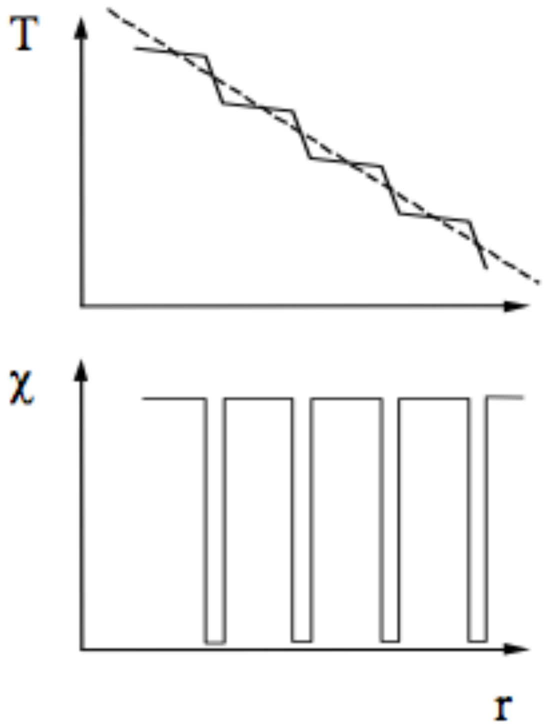


- 乱流プラズマの輸送法則とは？

なめらかでない分布（分布しわ）と輸送

RTP トカマク、シェルモデル

90's ~ 00's



Lopes Cardozo: Fusion Sci. Technol. **45** 321 (2004)

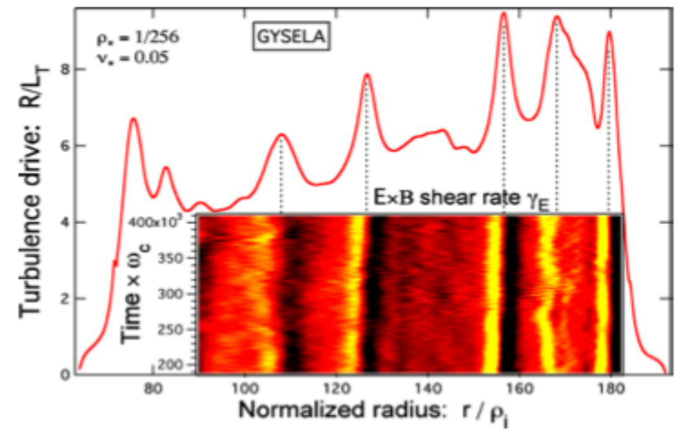
数値実験、階段状分布

'10~

熱源駆動型大域的シミュレーション

GYSELA, GT5D, GKNET, ...

Dif-Pradalier, et al. Phys. Rev. E **82** 205401(R) (2010)



形成機構のモデル

対象論文1： Y. Kosuga, P.H. Diamond, O.D. Gurcan: Phys. Rev. Lett. **110** 105002 (2013)

- 物理実験での進展：高次空間分解能（コム）反射計での実験

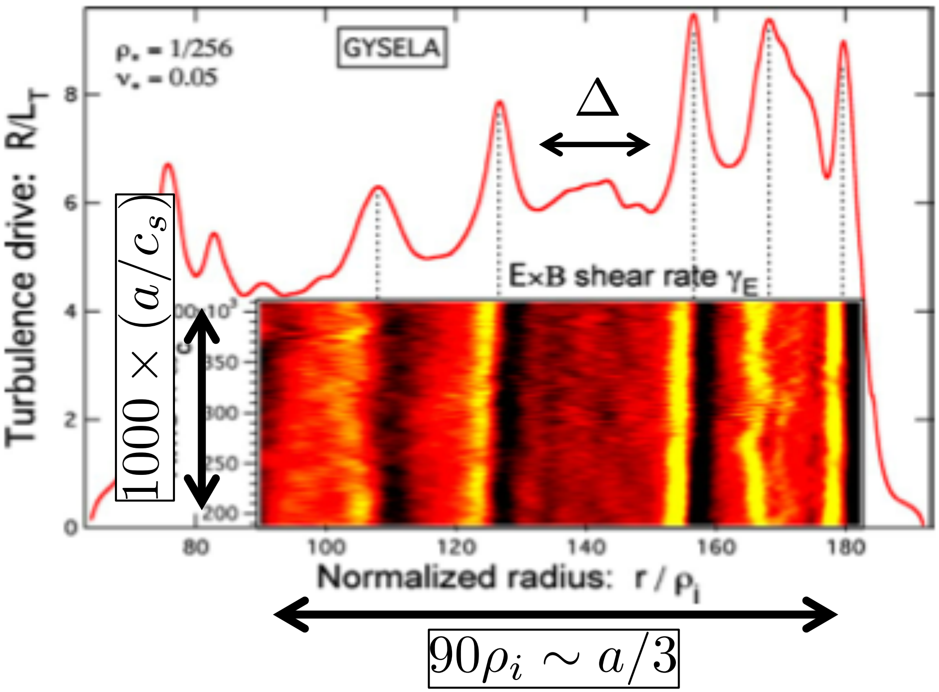
  Inagaki, et al. PFR **8** 1201171 (2013); 物理学会年次大会（2016） 20pAD2

対象論文1：熱雪崩の渋滞による階段状分布の形成

Y. Kosuga, P.H. Diamond, O.D. Gurcan: Phys. Rev. Lett. **110** 105002 (2013)

- 問題設定： 数値実験による Stiarcase の報告とその特徴

Dif-Pradalier, et al. Phys. Rev. E **82** 205401(R) (2010)



Staircase = シア流とアバランチの共存系

互いに相反する性質

- ExB シアによる輸送抑制
- アバランチによる分布しわの平滑化

領域を分けることで共存

- 典型的サイズ $\Delta \gg \Delta_c$ をもつアバランチ
- 局所的分布しわとシア流

ExB staircase の形成機構とは？　特徴的スケール？

一つのモデル：熱雪崩の渋滞

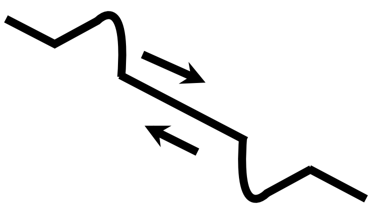
- 熱の発展方程式:　$\partial_t \delta T + \partial_x Q[\delta T] = 0$　→ up to source and noise

- 熱流速　$Q[\delta T]$?

従来：反転対称性

$$\delta T \leftrightarrow -\delta T$$

$$x \leftrightarrow -x$$



$$Q = Q_0(\delta T)$$
$$= \frac{\lambda}{2}\delta T^2 - \chi_2 \partial_x \delta T + \chi_4 \partial_x^3 \delta T$$

拡張：SOC束状態への有限な緩和

$$\partial_t Q = -\frac{1}{\tau}\left(Q - Q_0(\delta T)\right)$$

緩和時間

交通渋滞モデル
との類推から

- 熱摂動の動力学

$$\underline{\partial_t \delta T + \lambda \delta T \partial_x \delta T = \chi_2 \partial_x^2 \delta T} - \chi_4 \partial_x^4 \delta T - \tau \partial_t^2 \delta T$$

→ バーガーズ方程式
(P.D. + T.S.H. ’95)

→ 電信方程式

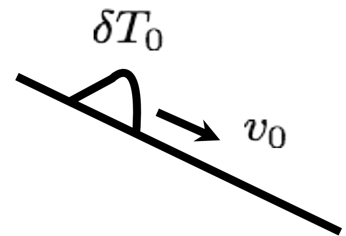
n.b. 熱摂動動力学のモデルの発展

拡散 → バーガーズ → 電信

電信方程式に基づく解析

- 強度 δT_0 、速さ $v_0 = \lambda \delta T_0$ で伝わる熱雪崩を考える

- 摂動を与え、その時間発展を解析

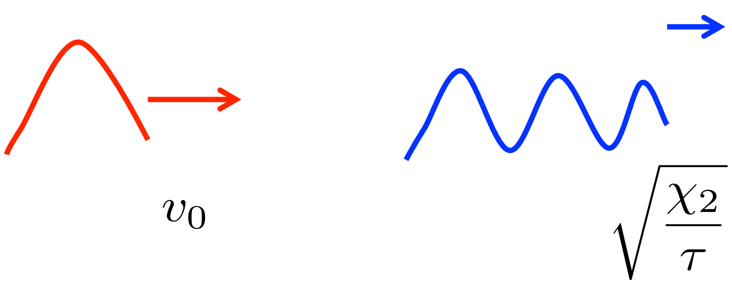


$$\partial_t \widetilde{\delta T} + v_0 \partial_x \widetilde{\delta T} = \chi_2 \partial_x^2 \widetilde{\delta T} - \chi_4 \partial_x^4 \widetilde{\delta T} - \tau \partial_t^2 \widetilde{\delta T}$$

熱パルス

熱の波動伝搬　「熱波」 $\sqrt{\dfrac{\chi_2}{\tau}}$

２つの特徴的スピード



反応時間が短い場合、熱波が速く伝わり、パルスが伝搬：従来の通り

反応時間が長くなると、熱波が遅くなり、パルスが追いつき始める

反応時間が長い場合

$$\partial_t \widetilde{\delta T} + v_0 \partial_x \widetilde{\delta T} = \chi_2 \partial_x^2 \widetilde{\delta T} - \chi_4 \partial_x^4 \widetilde{\delta T} - \tau \partial_t^2 \widetilde{\delta T}$$
$$\to \underline{(\chi_2 - v_0^2 \tau)} \partial_x^2 \widetilde{\delta T} - \chi_4 \partial_x^4 \widetilde{\delta T}$$

<0 for overtaking (追いつき)

→ 熱伝導度が負になる、クラスタリング不安定性

ドリフト波が帯状流を生成する際の負粘性現象と類似

ドリフト波の集団から2次的に帯状流が成長

ここでは、アバランチの集団から2次的に熱波が成長

2次不安定性の解析

- 不安定性の成長率

$$\gamma = -\frac{1}{2\tau} + \frac{1}{2\tau}\sqrt{\frac{r+1}{2} - 2\tau\chi_2 k^2\left(1+\frac{\chi_4 k^2}{\chi_2}\right)} \qquad r = \sqrt{\left\{4\tau\chi_2 k^2\left(1+\frac{\chi_4 k^2}{\chi_2}\right) - 1\right\}^2 + 16 v_0^2 k^2 \tau^2}$$

- 成長へのしきい値

$$\tau > \frac{\chi_2}{v_0^2}\left(1+\frac{\chi_4 k^2}{\chi_2}\right)$$

→ 最低限の遅れ時間

n.b. $1/\tau = 1/\tau[\mathcal{E}]$

→ 2次不安定性は臨界近傍で起こりやすい

- 最大成長率を与えるスケール

$$k^2 \cong \frac{\chi_2}{\chi_4}\sqrt{\frac{\chi_4 v_0^2}{4\chi_2^3}}$$

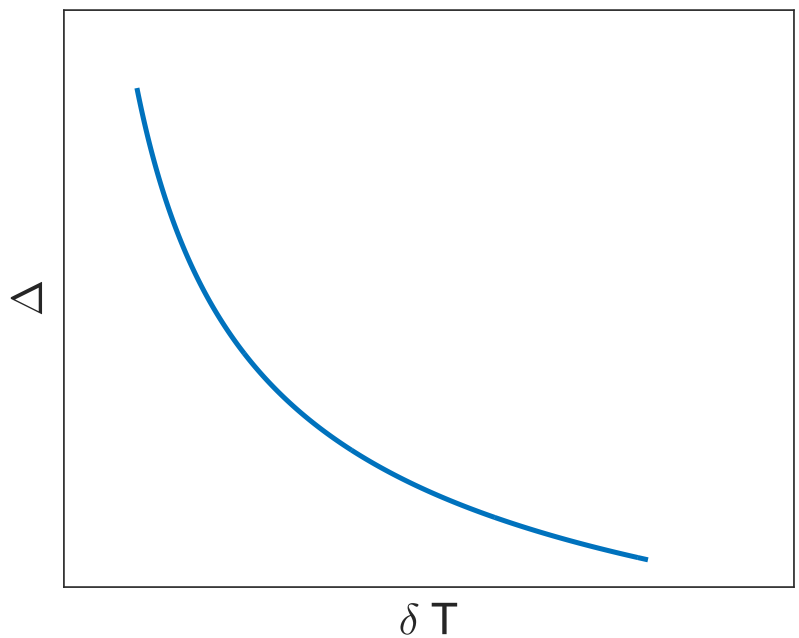
→ 特徴的なスケールの出現

非線形発展、階段状分布の形成へ

分布じわの特性

- ２次不安定性の最大スケールの特徴

$$\Delta \sim 1/k \propto 1/\sqrt{\delta T_0}$$



- 大きな（小さな）変動を伴うアバランチの伝搬距離は短く（長く）なる
- 熱源の変調に依存して伝搬距離が変化する可能性

部分的まとめ

- 熱雪崩を記述する理論の拡張、反応時間の導入

  交通渋滞動力学との類推

- 拡張したモデルの基づく、熱雪崩摂動の解析

  アバランチの集団に生じる熱波の2次的成長

  2次不安定性の特徴的スケール　$\Delta \propto 1/\sqrt{\delta T_0}$

- 今後の課題、展開

  2次不安定性の非線形発展、輸送へのインパクト、…

  異なる見方：乱流、電場、勾配の相互作用

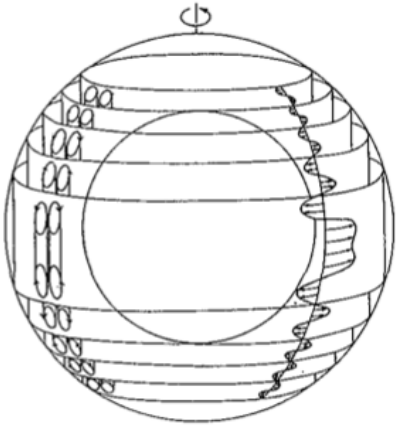
  c.f. Itoh + Itoh PPCF **58** (2016) 045017

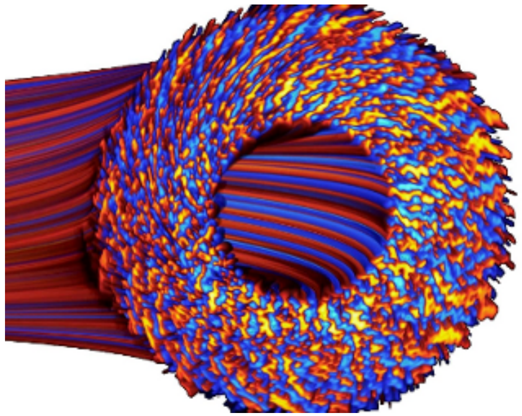
分布は凸凹しているという見方を取り入れた乱流・輸送モデルの構築へ

何がプラズマ乱流の特徴か：位相空間へ

流体的

磁化プラズマ乱流





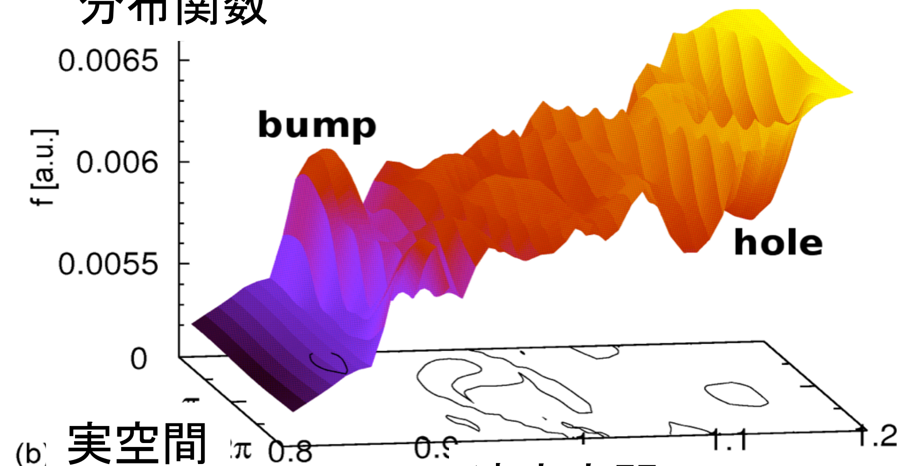
惑星乱流

準2次元乱流
帯状流、平行流れ
階段状分布、…

自然界の構造形成？
突発現象？
核融合閉じ込め？、、、

運動論的

位相空間乱流

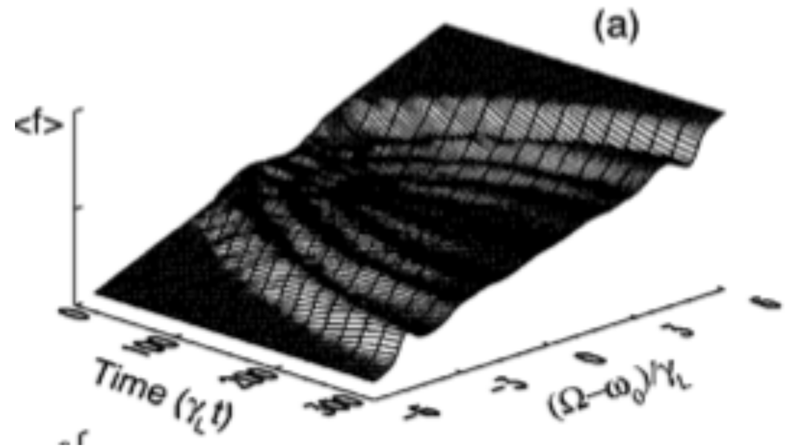


実空間3次元＋速度空間3次元
→ 6次元位相空間プラズマ乱流理論の構築

$$\partial_t f + \mathbf{v}\cdot\nabla f + \frac{q}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{B}}{c}\right)\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = C(f)$$

位相空間の構造(渦)を含めた研究の進展

- 非磁化1次元プラズマ
  - ➢ BGK渦、グラニュレーション、クランプ・ホール (BGK, Kadomtsev, Dupree, Berk, …) *’60 ~*
  - ➢ 周波数掃引、揺動の突発的成長（井戸、Lesur, et al.; PRL 2016） *’90 ~*

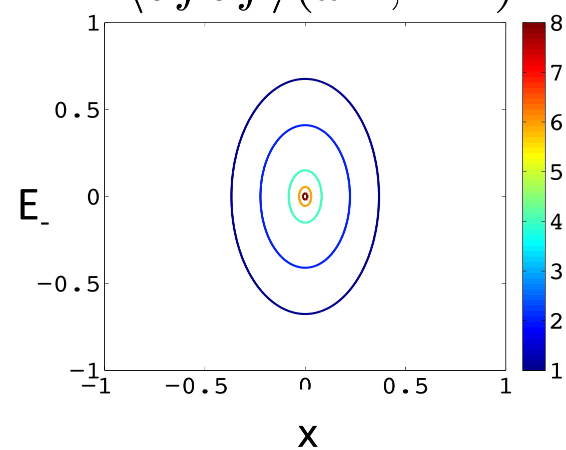


Berk et al PoP ’99

- 乱流・輸送問題への応用
  - ➢ ドリフト波、捕捉電子、捕捉イオン
  - ➢ 周波数スペクトルの拡がり、異常輸送 *~ 80’s*
  - ➢ 流れの駆動（対象論文2、3）

分布関数の2点相関

$\langle \delta f \delta f \rangle (x_-, E_-)$



Y. Kosuga and P.H. Diamond, Phys. Plasmas **18** 122305 (2011)

Y. Kosuga, S.-I. Itoh, P.H. Diamond, and K. Itoh: Plasma Phys. Control. Fusion **55** 125001 (2013)

モデル

捕捉イオン乱流

$$\partial_t f_i + v_{Di}\bar{E}\partial_y f_i + \{\phi, f_i\} = 0$$

歳差運動共鳴　　ExB非線形性

位相空間揺動の2点相関発展

$$\partial_t \langle \delta f(1)\delta f(2)\rangle + T(1,2) = \mathcal{P}(1,2)$$

↓

2点相関関数

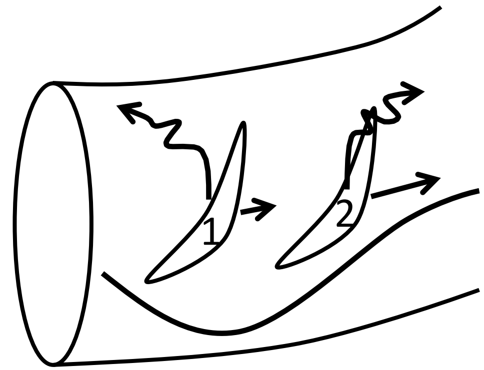
'phasestrophy'
準2次元乱流での Potential Enstrophy との類推から

「揺動エントロピー」、「揺動の(実空間)運動量」を評価可能

$$\int d^3v \frac{\langle \delta f^2\rangle}{\langle f\rangle} \qquad \int d^3v \frac{\langle \delta f^2\rangle}{\langle f\rangle}\frac{v_{thi}^2}{v_*^i} \propto k_\theta N_{\mathbf{k}}$$

位相空間揺動の2点相関発展

グラニュレーションの寿命



$$\partial_t \langle \delta f(1) \delta f(2) \rangle + T(1,2) = \mathcal{P}(1,2)$$

$$\tau_{cl} = \tau_c \ln \left[k_0^2 x_-^2 + k_0^2 y_-^2 + \frac{8k_0^2 \tau_c v_{Di} \bar{E}_- y_-}{3} + \frac{8\tau_c^2 k_0^2 v_{Di}^2 \bar{E}_-^2}{3} \right]^{-1}$$

Kosuga, et al. PFR **9** 3403018 (2014)
Phys. Plasmas **21** 102303 (2014)

自由エネルギー、駆動項

$$\delta f = \delta f^c + \widetilde{\delta f}$$

ExB 拡散 $\sim D_{E\times B} \langle f \rangle'^2$

$P(1,2) \to P^c(1,2)$

$P(1,2) \to \tilde{P}(1,2) \propto \mathrm{Im}\epsilon$

$\tilde{P}(1,2) \propto \mathrm{Im}\epsilon \to \tilde{P}_i \propto \mathrm{Im}\epsilon_i$ 歳差運動共鳴

$\tilde{P}(1,2) \propto \mathrm{Im}\epsilon \to \tilde{P}_e \propto \mathrm{Im}\epsilon_e$ 電子との結合 Biglari '88

$\tilde{P}(1,2) \propto \mathrm{Im}\epsilon \to \tilde{P}_{pol} \propto \mathrm{Im}\epsilon_{pol}$ 帯状流との結合

Kosuga '11

動的摩擦による項

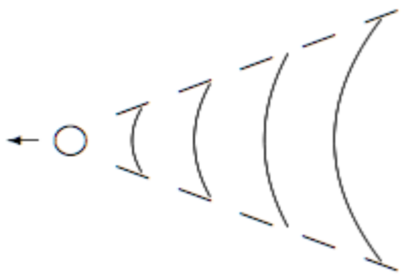
帯状流の結合をどう取り入れる？

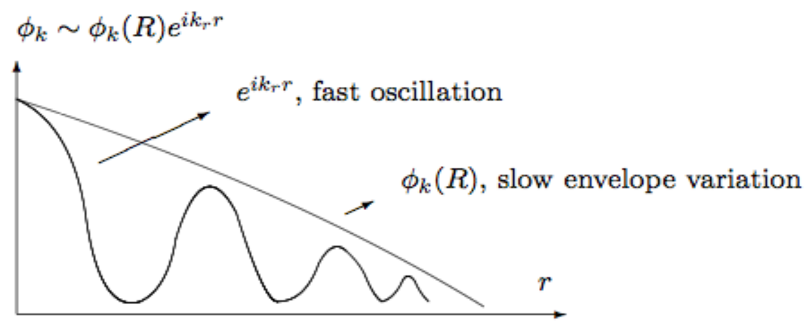
Y. Kosuga and P.H. Diamond,
Phys. Plasmas **18** 122305 (2011)

ナイーブには: $\langle \tilde{v}_r \delta f \rangle \sim \langle \tilde{v}_r \nabla_\perp^2 \phi \rangle = \mathrm{Re} \sum i k_\theta k_\perp^2 |\phi|^2_{k\omega} \rightarrow 0$ Biglari '88

しかし、一般的には $\langle \tilde{v}_r \nabla_\perp^2 \phi \rangle = \partial_r \langle \tilde{v}_r \tilde{v}_\theta \rangle \neq 0$

揺動ポテンシャルのエンベロップ変調を考慮





径方向微分:

$\partial_r \rightarrow i k_r + \partial_R$ i.e. $k_r \rightarrow k_r - \underbrace{i\partial_R}_{\mathrm{Im} k_r}$ $\rightarrow$ $\therefore$

$$\mathrm{Im} k_\perp^2 \propto k_r \mathrm{Im} k_r \neq 0$$

$$\langle \tilde{v}_r \nabla_\perp^2 \phi \rangle = \sum k_\theta \mathrm{Im} k_\perp^2 |\phi|^2_{k\omega} \neq 0 \ !!!$$

帯状流への結合

帯状流を取り込んだグラニュレーションの時間発展

$$\frac{\partial}{\partial t}\int d^3v\,\frac{\langle \delta h^2\rangle}{2\langle f\rangle} = \int d^3v\,\frac{P_{i,i}+P_{i,e}}{2\langle f\rangle} + \frac{v_*^i}{v_{thi}^2}\partial_r\langle\tilde{v}_r\tilde{v}_\theta\rangle - \tau_L^{-1}\int d^3v\,\frac{\langle\delta h^2\rangle}{2\langle f\rangle}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle v_\theta\rangle = -\,\partial_r\langle\tilde{v}_r\tilde{v}_\theta\rangle - \nu\langle v_\theta\rangle$$

$$\delta f = -(q\tilde{\phi}/T_i)\langle f_i\rangle + \delta h$$

被捕食者（グラニュレーション）
ー捕食者（帯状流）的振舞

GK turbulence
(Granulation)

レイノルズ力 ↓　↑ 動的摩擦

Zonal Flow

- グラニュレーション：運動量を持つ

$$\int d^3v\,\frac{\langle\delta f^2\rangle}{\langle f\rangle}\frac{v_{thi}^2}{v_*^i} \propto k_\theta N_{\mathbf{k}}$$

N: action density

- 動的摩擦を介し帯状流と結合

$$\partial_r\langle\tilde{v}_r\tilde{v}_\theta\rangle \sim \frac{v_{thi}^2}{v_*}\gamma_g\int d^3v\,\frac{\langle\delta h^2\rangle}{\langle f\rangle} \sim \omega_* v_*$$

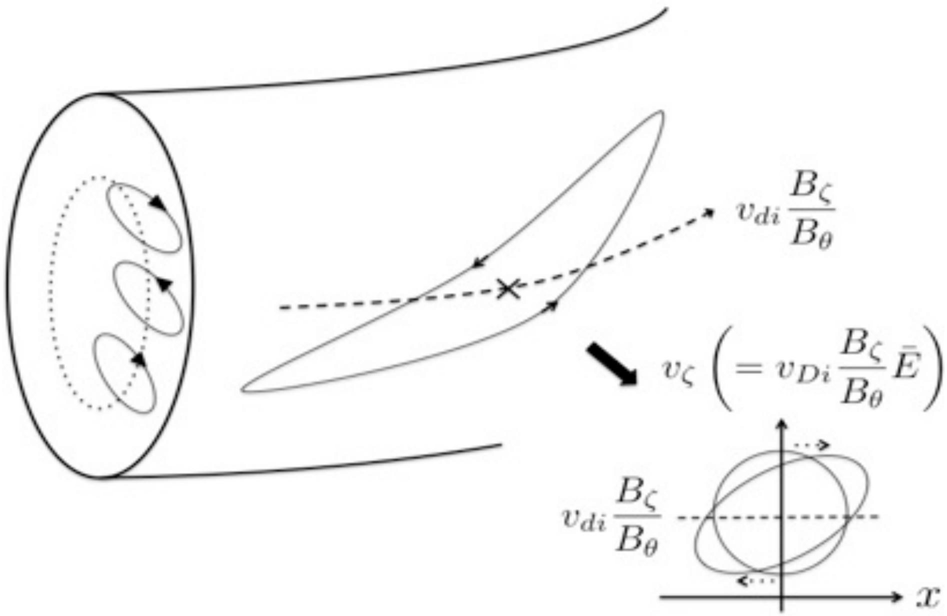
流れの駆動に対して
無視できない寄与

「渦、波、流れ」の
３体相互作用へ

c.f. 荒川（2016）（流体）渦と帯状流との結合の観測

2重連結流れ場の生成の理論展開

対象論文3：Kosuga, et al.: PPCF **55** 125001 (2013)



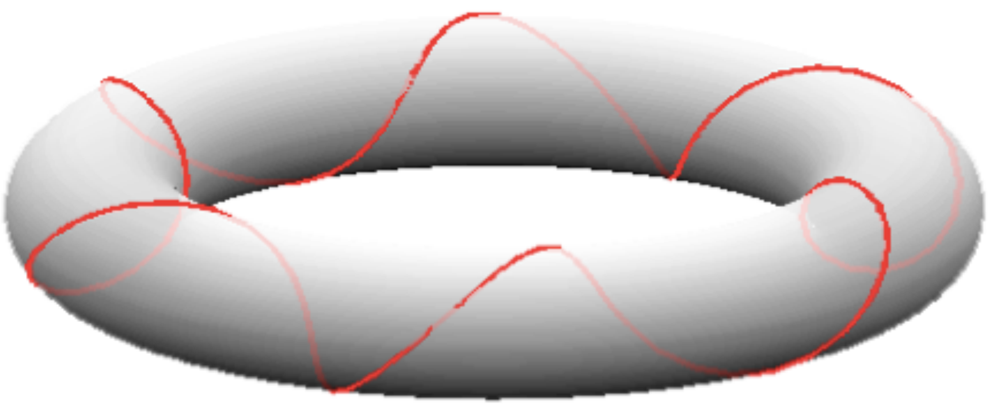
$$\partial_t\langle f\rangle+\partial_r\langle\tilde{v}_r\delta f\rangle=0$$

$$\partial_t\langle v_\zeta\rangle+\partial_r(\Pi^c_{r\zeta}+\Pi^{gran}_{r\zeta})=0$$

$$\boxed{\frac{\partial\langle v_\zeta\rangle}{\partial t}=M^{gran}_{\zeta\leftarrow p}\frac{\partial\langle v_\theta\rangle}{\partial t}}$$

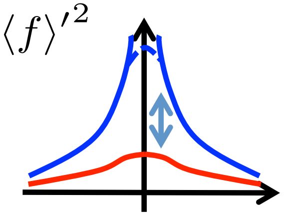
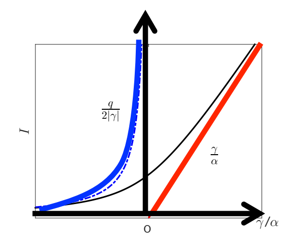
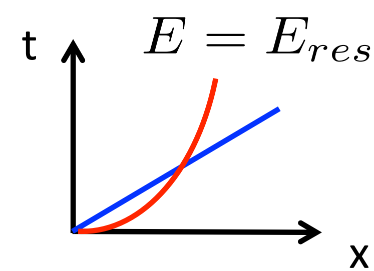
$$|M^{gran}_{\zeta\leftarrow p}|\sim 2.69$$

for $\epsilon_0\sim 1/3\quad\rho_*\sim 1/200\quad q\sim 3$

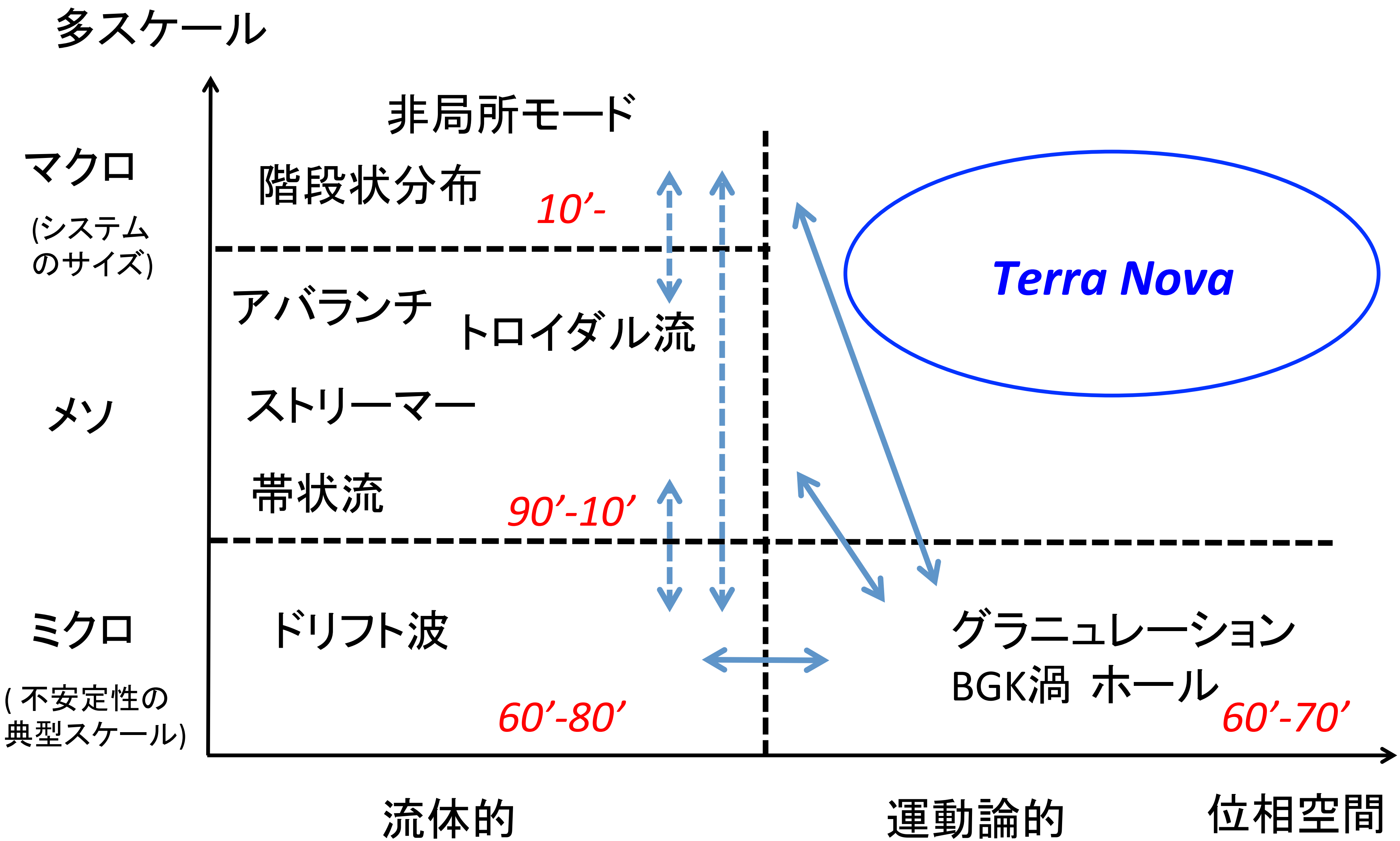


- 位相空間を介した2重連結流れ場の生成

どう検証するか

特徴	理論予測	重要な特徴
基本的なスケール	$\Delta x \sim \Delta y \lesssim k_0^{-1} \sim 10\rho_i$ $\Delta E \lesssim min(\Delta E_{res}, \Delta E_{ph})$ Kosuga, et al. Phys. Plasmas **21** 102303 (2014)	特徴的な速度空間スケール ~ 0.046 for q=2, rho_*=1/200
位相空間での相関	$\langle \widetilde{\delta f_i}(1)\widetilde{\delta f_i}(2)\rangle$ $\cong (\tau_{cl}(x_-, y_-, E_-) - \tau_c)P$ Kosuga, et al. Phys. Plasmas **21** 102303 (2014)	$\lim_{1\to 2}\langle \widetilde{\delta f_i}\widetilde{\delta f_i}\rangle \gg \tau_c D_\perp \langle f\rangle'^2$ 共鳴幅内での 発散 
亜臨界不安定性	$\gamma_g \simeq \tau_c^{-1}(R-1)$ $\gamma_H \simeq -\Delta E \frac{\lvert \mathrm{Im}\chi_e \rvert}{\lvert \chi \rvert^2} \left. \frac{\partial \langle f_i \rangle}{\partial x} \right\rvert_0$ 小菅、他: 2015年物理学会秋季大会 17pCN2	位相空間渦による 亜臨界不安定性 
輸送束	$-D\langle f\rangle' + F\langle f\rangle$ Kosuga, et al. Phys. Plasmas **18** 122305 (2011) Kosuga, et al. Phys. Plasmas **53** 043008 (2013)	分布関数の 時空間コンター Flux-Gradient Relation, など 
流れの加速	$\frac{\partial \langle v_\zeta \rangle}{\partial t} = M^{gran}_{\zeta \leftarrow p} \frac{\partial \langle v_\theta \rangle}{\partial t}$ Kosuga et al. PPCF **55** 125001 (2013)	流れ場の変換係数

研究の展開:「多階層位相空間乱流」



まとめ

- 実空間•速度空間の統計的揺動を含めたプラズマ乱流•輸送研究を推進

  - 熱アバランチの輸送モデリング

    対象論文1: Y. Kosuga, P.H. Diamond, O.D. Gurcan: Phys. Rev. Lett. **110** 105002 (2013)

  - 位相空間渦と流れの相互作用

    対象論文2: Y. Kosuga and P.H. Diamond, Phys. Plasmas **18** 122305 (2011)

    対象論文3: Y. Kosuga, S.-I. Itoh, P.H. Diamond, and K. Itoh: Plasma Phys. Control. Fusion **55** 125001 (2013)

- 今後の展開:位相空間自由度を含めた多階層乱流を展開、核融合の輸送モデルへの応用