

構造保存型オペレータに基づく電磁粒子シミュレーションにおける数値加熱の排除法 I

東北大学大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻 白戸 高志

Maxwell 方程式に対する構造保存オペレータ

電磁粒子シミュレーション法の発明以来、我々理論物理学者は保存則の数値的な破れに苦しめられてきた。この問題は、Debye 長を解像し粒子ノイズを除去することで緩和することができるが、本質的な解決ではない。電磁場および荷電粒子に対する支配方程式から保存則を導出するには、右に示す解析学のいくつかの公式が重要な役割を担うが、これらは離散数学である数値シミュレーションでは必ずしも成立しない。私は、電磁場解析のデ・ファクト・スタンダードである Yee 格子が積の微分法則を破ることに着目し、時間と空間に対称性を有する構造保存オペレータを開発することで、この問題を克服できることを発見した。

電荷・運動量保存型 PIC 法の原理実証

前述した構造保存オペレータを用いて、物理空間 1 次元、運動量空間 3 次元の相対論的 PIC コードを開発した。右図は Weibel 不安定性をテスト問題とする数値実験における、各保存則に対する誤差の時間発展を表す。電荷・運動量は倍精度浮動小数演算の限界まで誤差を抑制でき、同時に 4 つの保存則を厳密に満たす PIC 法の実証に世界で初めて成功した。しかしながら、場の計算と粒子の計算を接続する際に誤差が混入することにより、PIC 法において運動量とエネルギーの保存を同時に満足することは原理的に不可能であることも判明した。

今後の展望

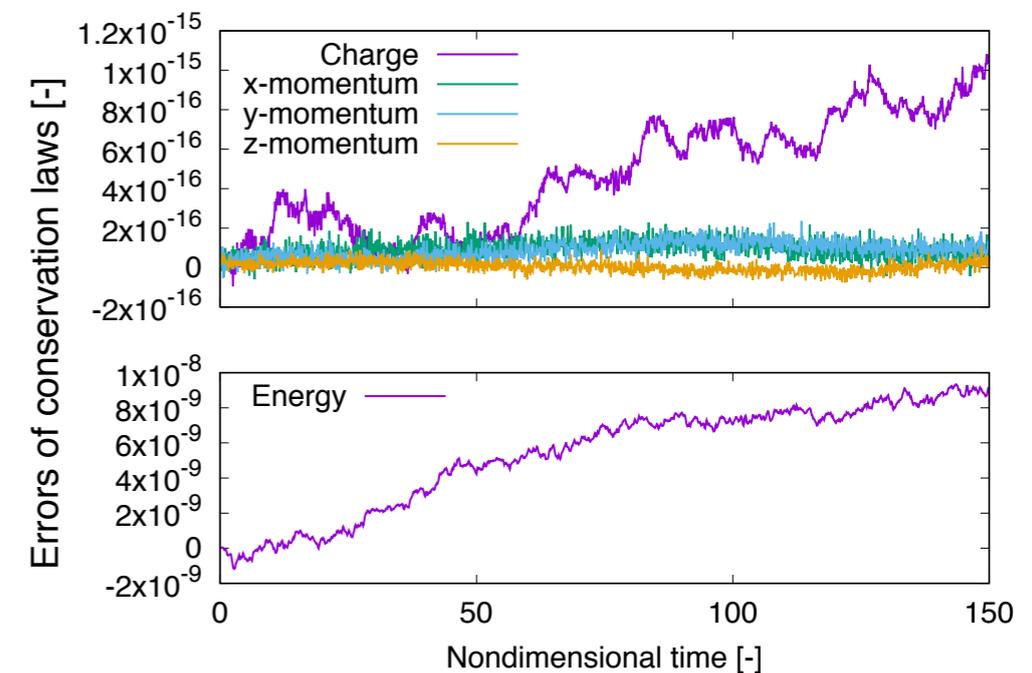
電荷・運動量・エネルギー保存を厳密に満たす Vlasov シミュレーション法の開発を行い、慣性核融合における 100 ps スケールのレーザープラズマ相互作用を解析する。

偏微分演算子の可換性

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}$$

積の微分法則

$$\frac{\partial(fg)}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t}g + f\frac{\partial g}{\partial t}$$



謝辞

本研究の遂行に際し、現米国 Purdue 大学の砂原さん、阪大レーザー研の千徳さん、畑さん、岩田さん、朝比奈くんの助言をいただきました。本研究は JSPS 科研費 JP15J02622 の助成を受けたものです。