

# 電子・イオンスケール乱流間のマルチスケール相互作用に関する研究

前山伸也

名大理

第73回日本物理学会年次大会, 若手奨励賞受賞記念講演,  
東京理科大学, 2018年3月23日

# 謝辞

渡邊智彦 教授 (名大理)  
石澤明宏 准教授 (京大工ネ科)  
井戸村泰宏 博士 (原子力機構)  
沼波政倫 准教授 (核融合研)  
仲田資季 助教 (核融合研)  
矢木雅敏 博士 (量研)  
宮戸直亮 博士 (量研)

洲鎌英雄 教授 (核融合研)  
中島徳嘉 教授 (核融合研)  
Frank Jenko Prof. (IPP)  
David Hatch Dr. (IFS)  
Hauke Doerk Dr. (IPP)  
相羽信行 博士 (量研)  
松山顕之 博士 (量研)

記載しきれない多くの方々

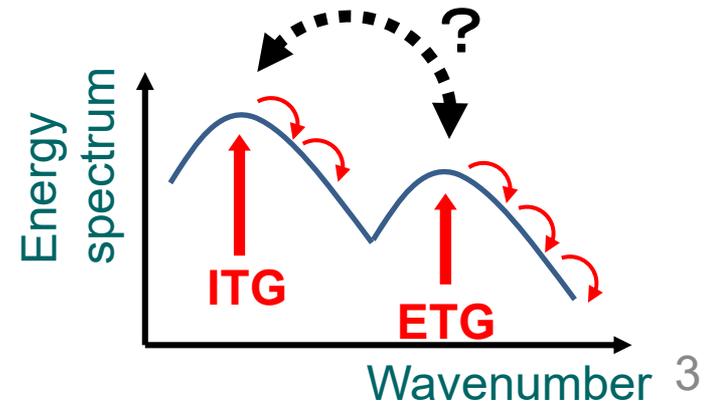
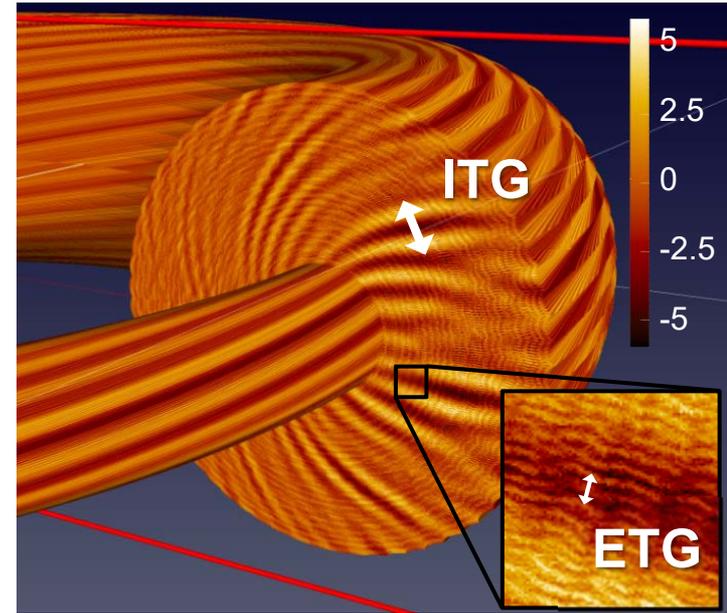
本研究は、FLAGSHIP2020ポスト京プロジェクト(課題6-D)、  
HPCI課題(hp120011, hp160208, hp170075)、JHPCN課題(jh160028, jh170020)、  
MEXT科研費(No.26800283, No.17K14424)によりサポートされました。  
シミュレーションは、京(理研)、Helios(IFERC-CSC)、プラズマシミュレータ(核融合研)、  
Oakleaf-FX10(東大)、FX100(名大)で行われました。

# Introduction

核融合プラズマの閉じ込めを左右する乱流輸送は、微視的不安定性により駆動される。

- 電子スケール不安定性  $k_{\theta}\rho_{ti} \gg 1$ 
  - 電子温度勾配モード(**ETG**)
- イオンスケール不安定性  $k_{\theta}\rho_{ti} \leq 1$ 
  - イオン温度勾配モード(**ITG**),
  - 運動論的バルーニングモード(KBM),
  - 補足電子モード(TEM),
  - マイクロティアリングモード(MTM), ...

従来は電子・イオン間スケール分離を仮定。  
→ 相互作用は存在するか？



# A historical review

## 理論／モデル解析

[Itoh'01PPCF] ETG/ITG間の排他的競合

[Li'02PRL] ETG駆動帯状流によるITG抑制

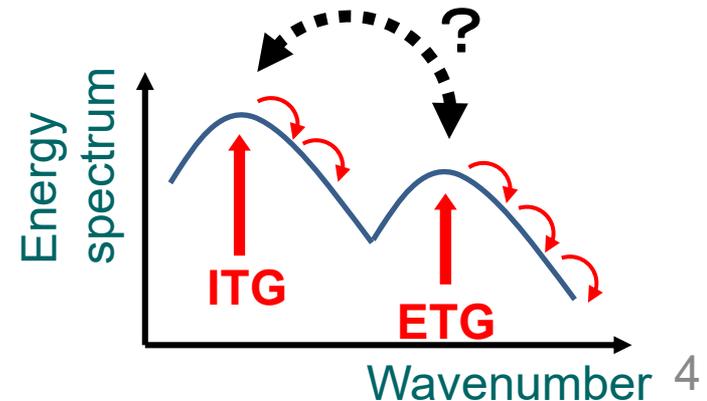
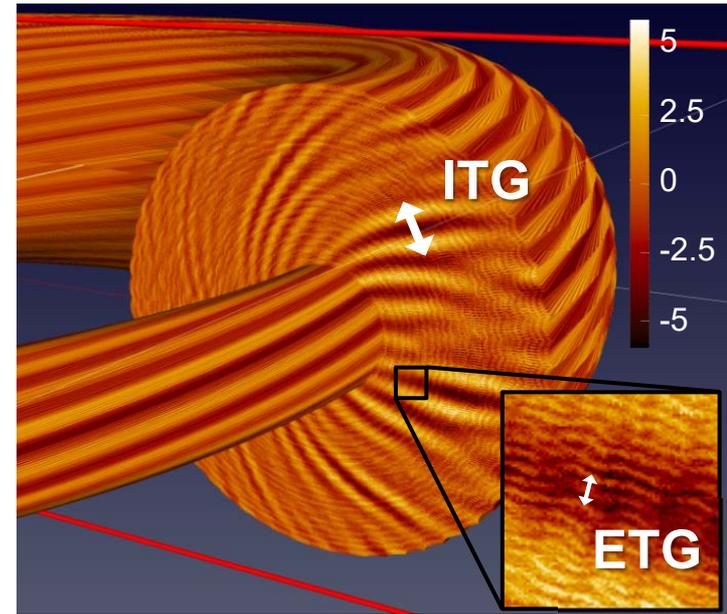
[Holland'04PoP] ITGによるETG抑制  
ETGからITGは影響小さい

## ジャイロ運動論シミュレーション

[Candy'07PPCF] ITGによるETG抑制

[Görler'08PRL] ITG成長率が低い場合は  
ETGも輸送に寄与

※低質量比 $m_i/m_e = 400$  or  $900$  として、  
人為的に両者のスケールを近づけた解析。



# A historical review cont.

## 実質量比ジャイロ運動論シミュレーション

[Maeyama'15PRL]

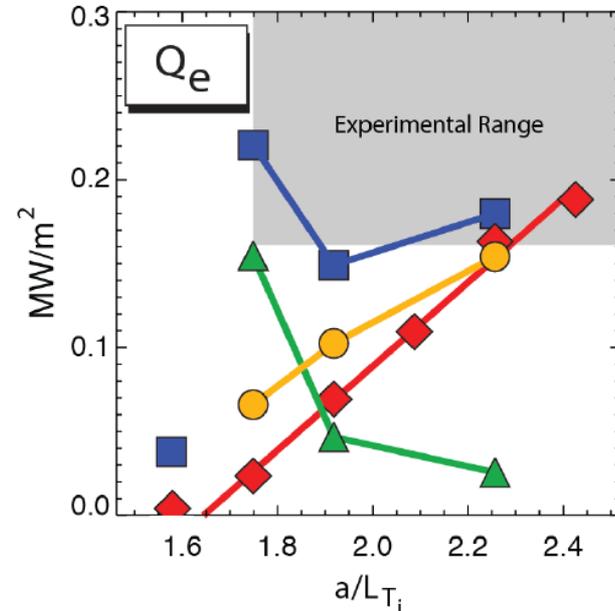
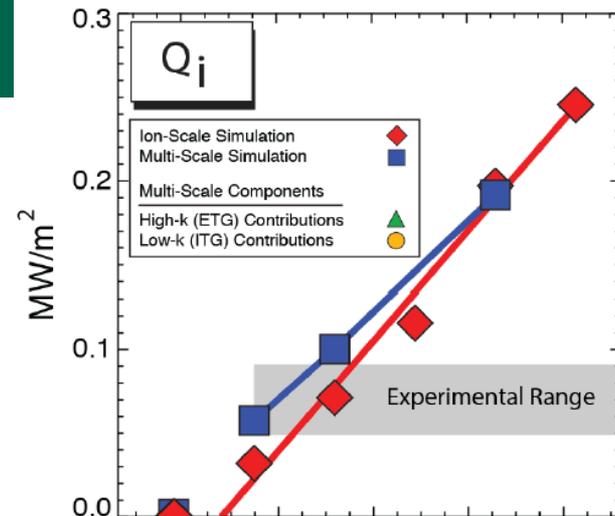
- ITGによるETG抑制
- **ETGによるITG増大**

[Howard'14PoP]

- Alcator C-Mod実験と比較(右図)。
- 低質量比は不一致。
- **実験を説明するには実質量比・マルチスケール乱流シミュレーションが必要。**

[Holland'17NF]

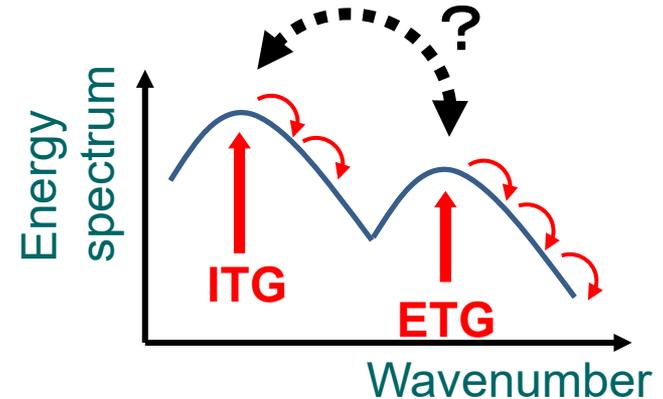
- DIII-D実験の電子熱輸送と整合。
- ITER運転パラメータでもマルチスケール相互作用の重要性。



# Outline

Q. マルチスケール相互作用の物理描像は？その普遍的性質は？

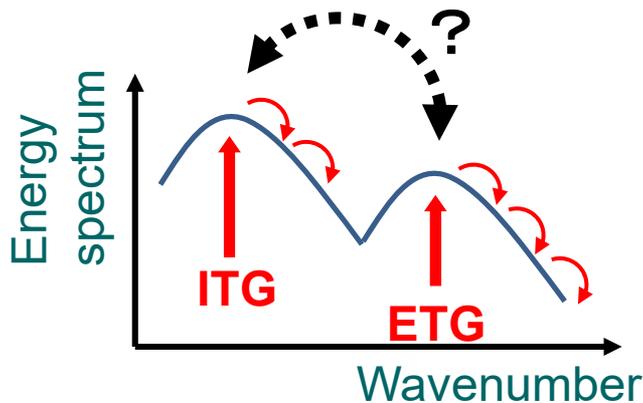
- 波の非線形結合解析によるマルチスケール相互作用の直接評価  
[Maeyama'17NF]
- イオン/電子温度勾配モード (ITG/ETG) 乱流解析 [Maeyama'15PRL]
- マイクロティアリングモード (MTM)/ETG 乱流解析 [Maeyama'17PRL]
- まとめ



# Outline

Q. マルチスケール相互作用の物理描像は？その普遍的性質は？

- 波の非線形結合解析によるマルチスケール相互作用の直接評価  
[Maeyama'17NF]
- イオン/電子温度勾配モード (ITG/ETG) 乱流解析 [Maeyama'15PRL]
- マイクロティアリングモード (MTM)/ETG 乱流解析 [Maeyama'17PRL]
- まとめ



# おさらい：波の非線形結合

プラズマ乱流を記述する基本方程式：ジャイロ運動論

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + \frac{-\nabla_{\perp} \tilde{\Phi} \times \mathbf{b}}{B} \cdot \nabla_{\perp} \tilde{f} = \mathcal{L}(\tilde{f})$$

ExB移流による非線形項

線形項

線形固有関数でモード分解(e.g.フーリエ展開  $\tilde{f} = \sum_{k_{\perp}} \hat{f}_{k_{\perp}} e^{ik_{\perp} \cdot x}$ )すると、

$$\frac{\partial \hat{f}_k}{\partial t} - \sum_p \sum_q \delta_{k+p+q,0} \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{q}}{B} \hat{\Phi}_p^* \hat{f}_q^* = \mathcal{L}_k \hat{f}_k$$

波の非線形結合：あるモード  $k$  の時間発展は、 $k + p + q = 0$  という  
三波結合条件を満たすモード  $p, q$  の影響を受ける。

(Cf. 線形の場合はそれぞれのモードは独立だった。 $\partial \hat{f}_k / \partial t = \mathcal{L}_k \hat{f}_k$ )

# 非線形結合解析：三波伝達関数

ジャイロ運動論から導かれる  $|\hat{f}_k|^2$  保存則：エントロピーバランス方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_{s=i,e} S_{sk} + W_k \right) = \sum_{s=i,e} \left( \frac{T_s \Gamma_{sk}}{L_{ps}} + \frac{\Theta_{sk}}{L_{Ts}} + D_{sk} + E_{sk} + \sum_p \sum_q J_{sk}^{p,q} \right)$$

ここで、ExB流や揺動磁場の非線形性による三波伝達関数 [Nakata'12PoP]

$$J_k^{p,q} = \text{Re} \left[ \left\langle \int dv^3 \delta_{k+p+q,0} \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{q}}{2B} (\tilde{\chi}_p \tilde{g}_q - \chi_q \tilde{g}_p) \frac{T \tilde{g}_k}{F_M} \right\rangle \right]$$

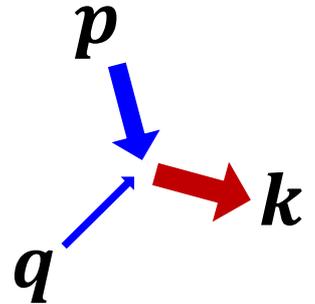
あるモード  $k$  が他モード  $p, q$  と結合し、駆動 ( $J_k^{p,q} > 0$ ) または減衰 ( $J_k^{p,q} < 0$ ) される。

## 三波伝達関数の性質

- 対称性  $J_k^{p,q} = J_k^{q,p}$
- 詳細つり合い (三波間のエネルギー保存)

$$J_k^{p,q} + J_q^{k,p} + J_p^{q,k} = 0$$

- 外積の性質  $J_k^{p,q} = 0$  (if  $k \parallel p \parallel q$ )



# 非線形結合解析：部分空間伝達関数

波数空間をいくつかの領域に分け、部分空間伝達関数を定義。

[Maeyama'17NF]

$$I_{\Omega_k} = \sum_{\Omega_p} \sum_{\Omega_q} J_{\Omega_k}^{\Omega_p, \Omega_q}$$

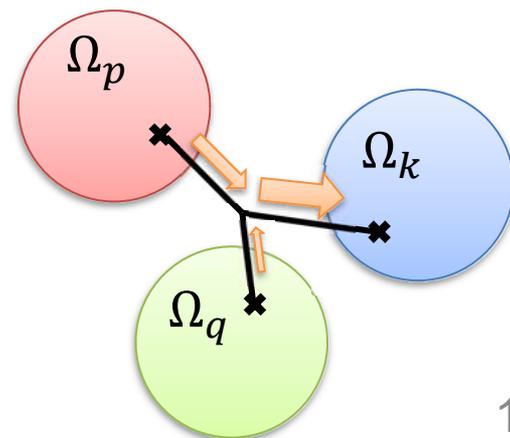
$$J_{\Omega_k}^{\Omega_p, \Omega_q} = \sum_{k \in \Omega_k} \sum_{p \in \Omega_p} \sum_{q \in \Omega_q} J_k^{p, q}$$

あるスケール  $\Omega_k$  のモードが他スケール  $\Omega_p, \Omega_q$  のモードと結合し、駆動 ( $J_{\Omega_k}^{\Omega_p, \Omega_q} > 0$ ) または減衰 ( $J_{\Omega_k}^{\Omega_p, \Omega_q} < 0$ ) される。

## 部分空間伝達関数の性質

- 対称性  $J_{\Omega_k}^{\Omega_p, \Omega_q} = J_{\Omega_k}^{\Omega_q, \Omega_p}$
- 詳細つり合い (部分空間間のエネルギー保存)

$$J_{\Omega_k}^{\Omega_p, \Omega_q} + J_{\Omega_q}^{\Omega_k, \Omega_p} + J_{\Omega_p}^{\Omega_q, \Omega_k} = 0$$



# 中性流体乱流との類似

部分空間伝達関数は

- 等方中性流体乱流で用いられるシェル間伝達関数の自然な拡張
- プラズマ乱流の非等方やマルチスケール問題に適用可能

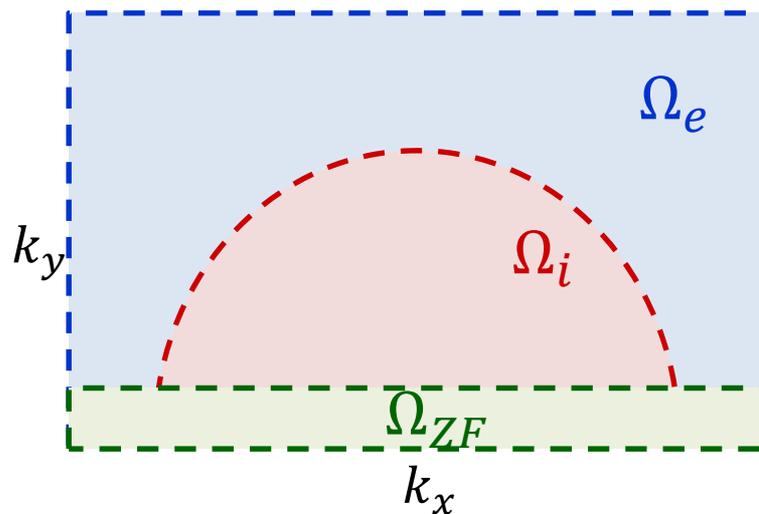
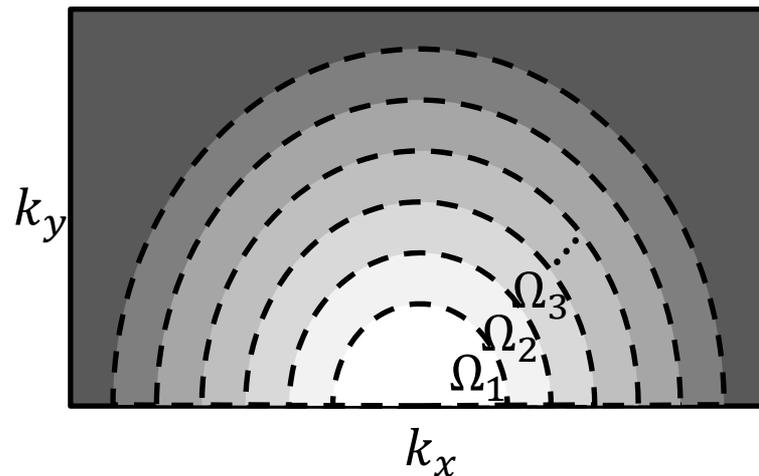
例). 帯状流  $\Omega_{ZF} = \{k_\theta = 0\}$

イオンスケール乱流

$$\Omega_i = \{k_\theta \neq 0 \cap k_\perp \rho_{ti} \leq 2\}$$

電子スケール乱流

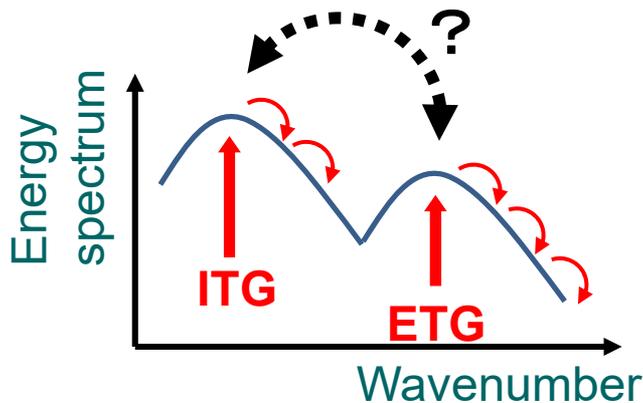
$$\Omega_e = \{k_\theta \neq 0 \cap k_\perp \rho_{te} > 2\}$$



# Outline

Q. マルチスケール相互作用の物理描像は？その普遍的性質は？

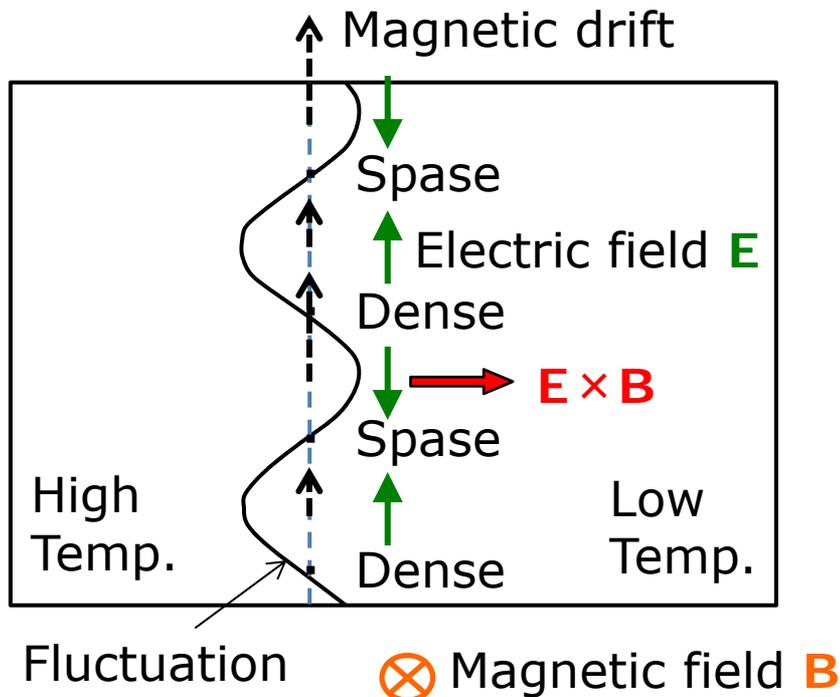
- 波の非線形結合解析によるマルチスケール相互作用の直接評価  
[Maeyama'17NF]
- **イオン/電子温度勾配モード (ITG/ETG)**  
乱流解析 [Maeyama'15PRL]
- マイクロティアリングモード (MTM)/ETG  
乱流解析 [Maeyama'17PRL]
- まとめ



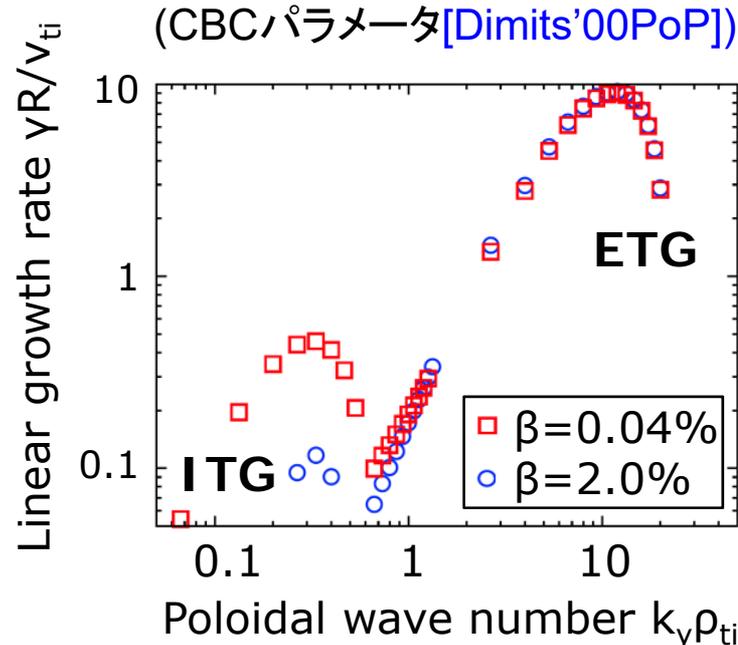
# イオン/電子温度勾配モード(ITG/ETG)乱流の解析

- ジャイロ運動論コードGKV [[Watanabe'06NF](#); [Maeyama'15PC](#)]
- ITG乱流とETG乱流を同時に扱う直接数値シミュレーション  
 $(x, y, z, v_{\parallel}, \mu, s) = (1024, 1024, 64, 96, 16, 2) = 2 \times 10^{11}$  格子点

## イオン/電子温度勾配モードの模式図



## 線形分散関係



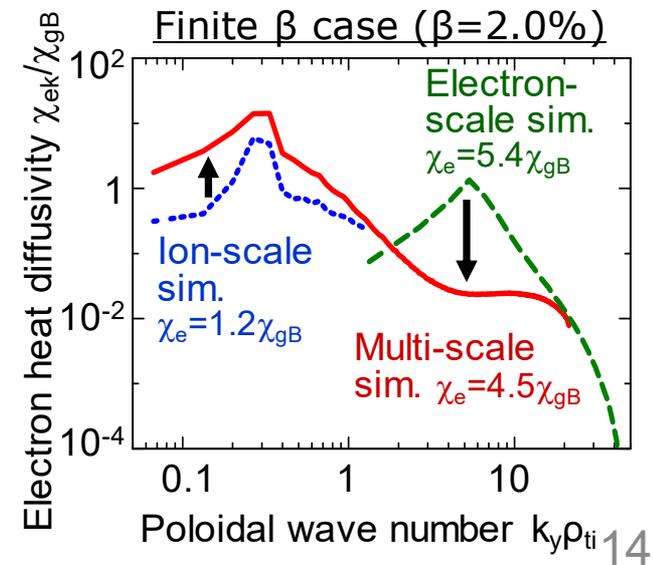
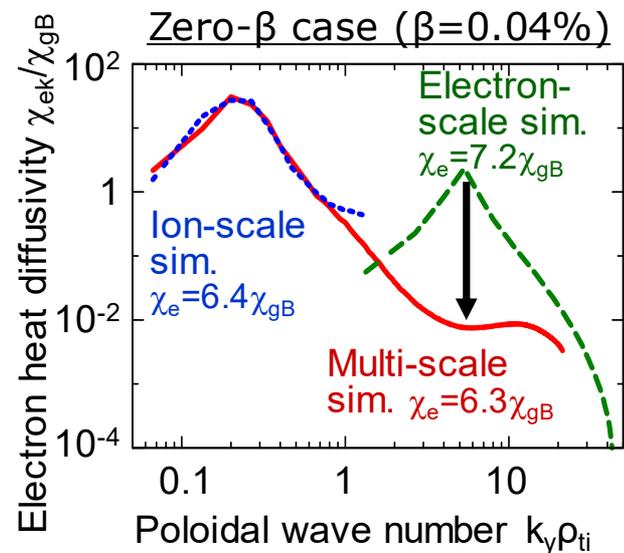
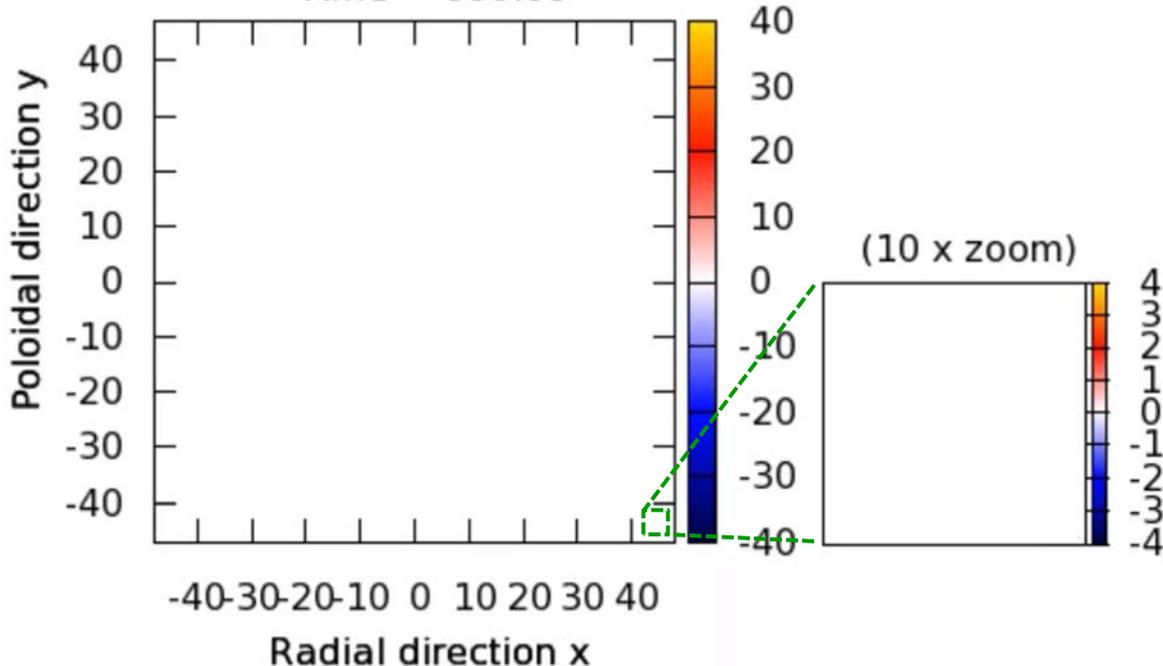
# 時間発展と電子熱輸送スペクトル

- ✓ ITGがETGを抑制。[Holland'04PoP]
- ✓ ETGが安定に近いITGを励起。

## 静電ポテンシャル揺動の時間発展

Time = 000.00

(磁力線垂直二次元断面)



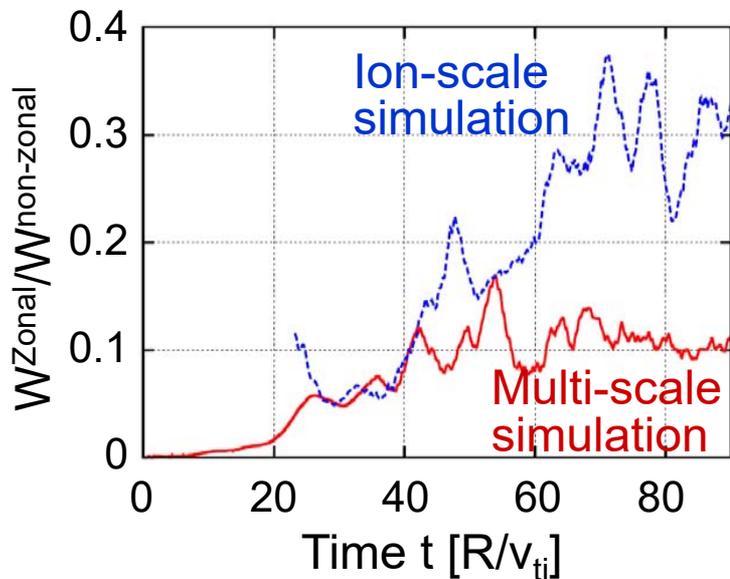
# ITG/ETGマルチスケール乱流における非線形結合解析

部分空間伝達関数を用いて、イオン/電子スケールの寄与を分離して評価。

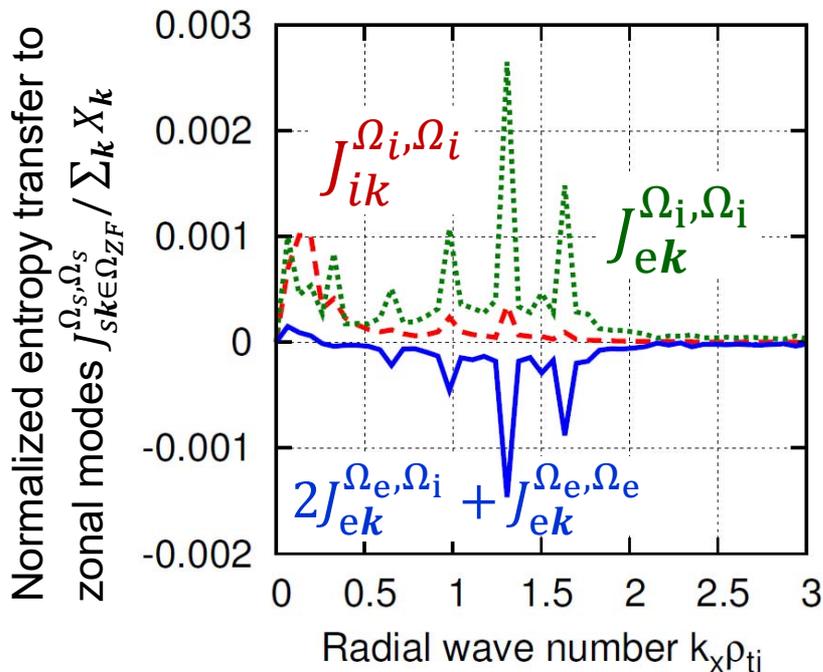
- ✓ ITGに対する運動論的電子応答が高 $k_x$ 帯状流を生成 ( $J_{ek}^{\Omega_i, \Omega_i} > 0$ )
- ✓ 電子スケール乱流は高 $k_x$ 帯状流を減衰させる働き ( $2J_{ek}^{\Omega_e, \Omega_i} + J_{ek}^{\Omega_e, \Omega_e} < 0$ )

## 帯状流と乱流揺動エネルギーの比

→ ITG/ETG乱流では帯状流が弱い。



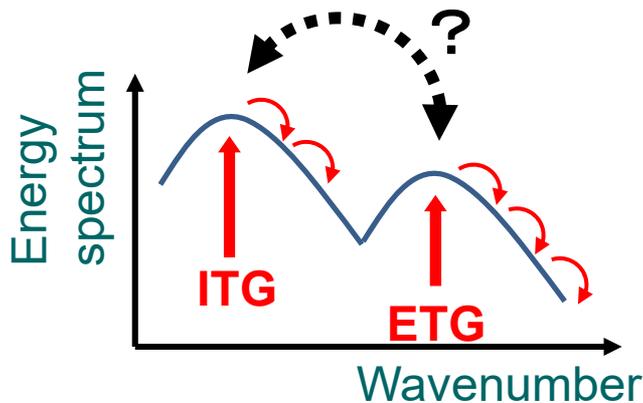
## 帯状流に対する非線形エントロピー伝達



# Outline

Q. マルチスケール相互作用の物理描像は？その普遍的性質は？

- 波の非線形結合解析によるマルチスケール相互作用の直接評価  
[Maeyama'17NF]
- イオン/電子温度勾配モード (ITG/ETG) 乱流解析 [Maeyama'15PRL]
- **マイクロティアリングモード (MTM)/ETG 乱流解析** [Maeyama'17PRL]
- まとめ



# マイクロティアリングモード(MTM)/ETG乱流の解析

プラズマパラメータはASDEX-U-like [Doerk'15PoP]

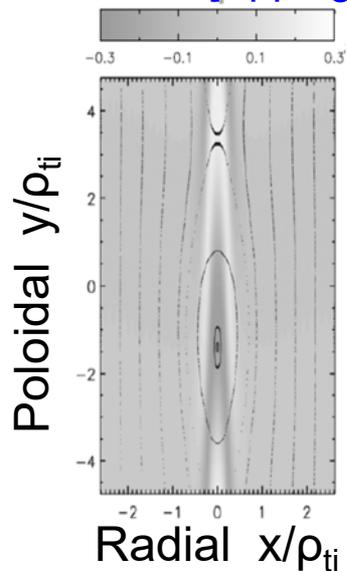
$R/L_n=0.26$ ,  $R/L_{Te}=5.9$ ,  $R/L_{Ti}=0$ ,  $\beta=6.0\%$ ,

$r/R=0.19$ ,  $q=1.34$ ,  $s=1.0$ ,  $m_e/m_i=1/3672$

→ MTMとETGが線形不安定 (ITGは安定)

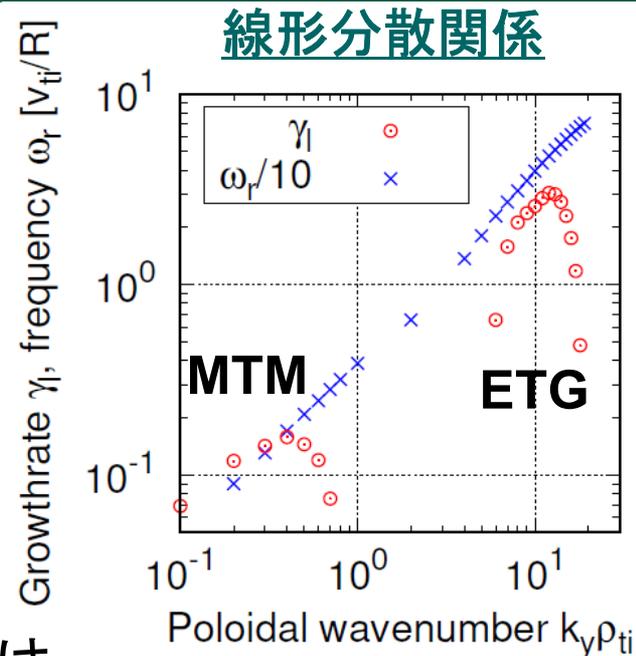
## MTMのPoincaréプロット

[Applegate'07PPCF]



## マイクロティアリングモード(MTM)とは

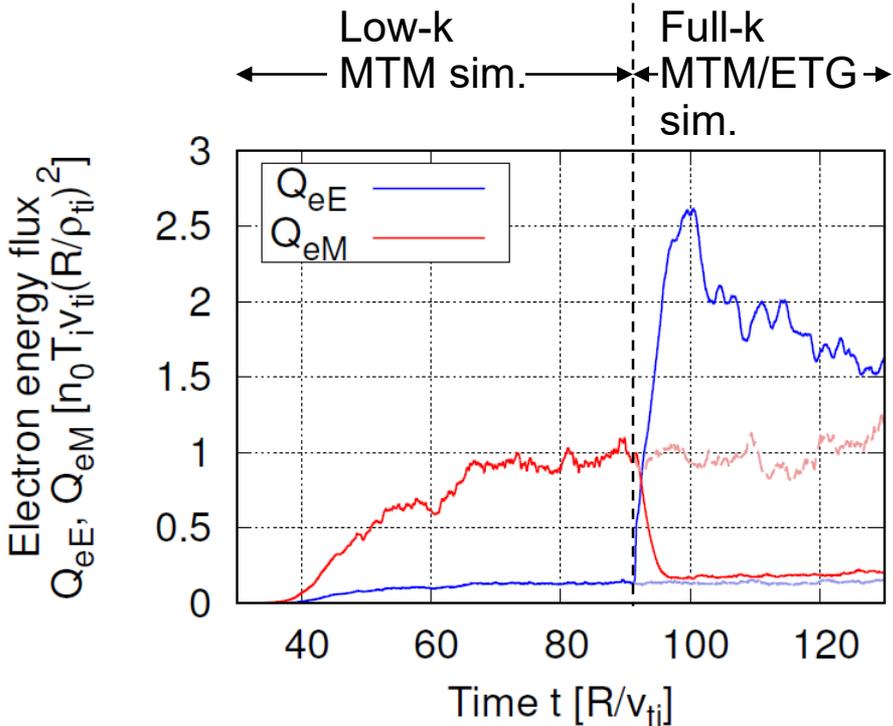
- ✓ 電子温度勾配で駆動される運動論的ティアリングモード [Hazeltine'75PF]
- ✓ トカマクコア／周辺部の電子熱輸送と関連 [Doerk'11PRL, Guttenfelder'11PRL, Hatch'16NF]
- ✓ 半径方向に局在した電流シート構造



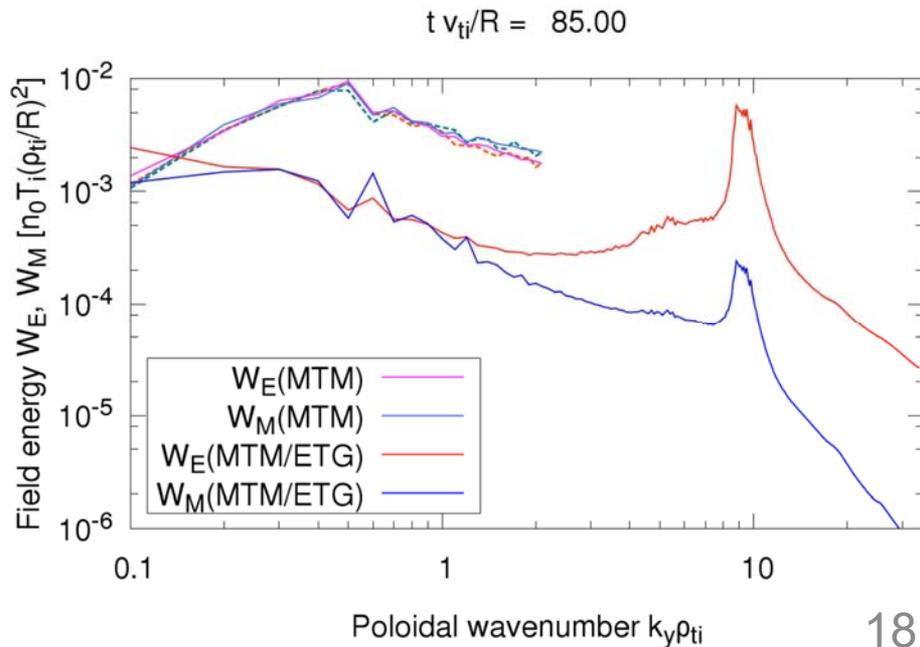
# 電子熱輸送フラックスとエネルギースペクトル

- ✓ ETGの成長とともにMTMが抑制される。
- ✓ ETGストリーマが電子熱輸送を支配的に担う。

ExB流または磁場揺動による  
電子熱輸送フラックス  $Q_{eE}, Q_{eM}$



静電・磁場エネルギースペクトル  $W_E, W_M$



# 電子電流構造

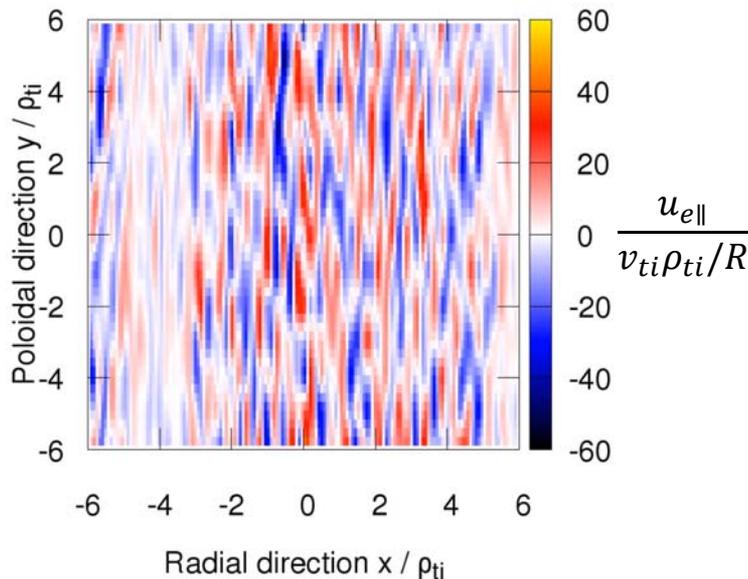
電流シート幅は、MTM乱流では線形理論と同程度だが、MTM/ETG乱流では振幅減少、径方向に広がる。

→ ETGがMTMの電流シートを破壊

## 電子電流分布の時間発展

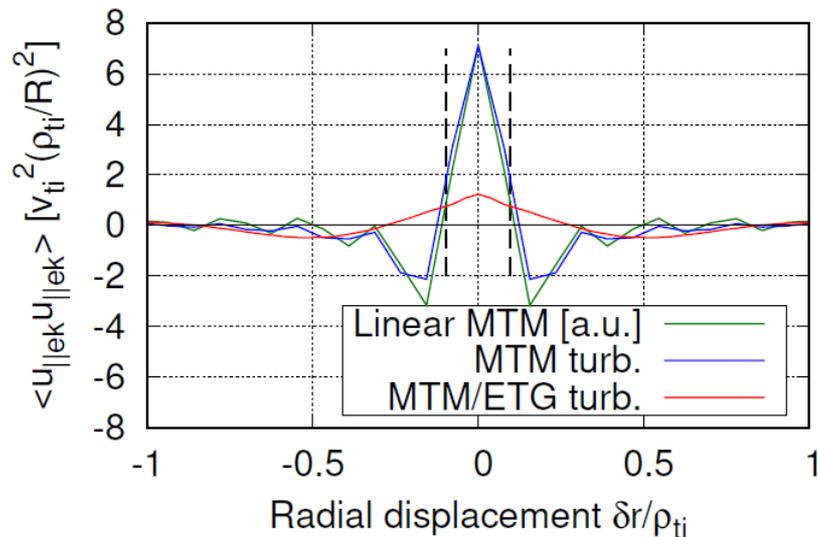
(磁力線垂直二次元断面)

$t v_{ti}/R = 85.00$



## MTM電流シートの径方向自己相関 ( $k_y \rho_{ti} = 0.3$ )

$$\langle u_{\parallel k_y} u_{\parallel k_y} \rangle (\delta r) = \iint \text{Re} [u_{\parallel k_y}(x, z) u_{\parallel k_y}^*(x + \delta r, z)] \sqrt{g} dx dz$$



# MTM/ETGマルチスケール乱流における非線形結合解析

非線形エントロピー伝達 (at  $t=93.4R/v_{ti}$ )

$\Omega_H = \{k_y > 2\}, \Omega_L = \{k_y < 2\}$ と分けて解析

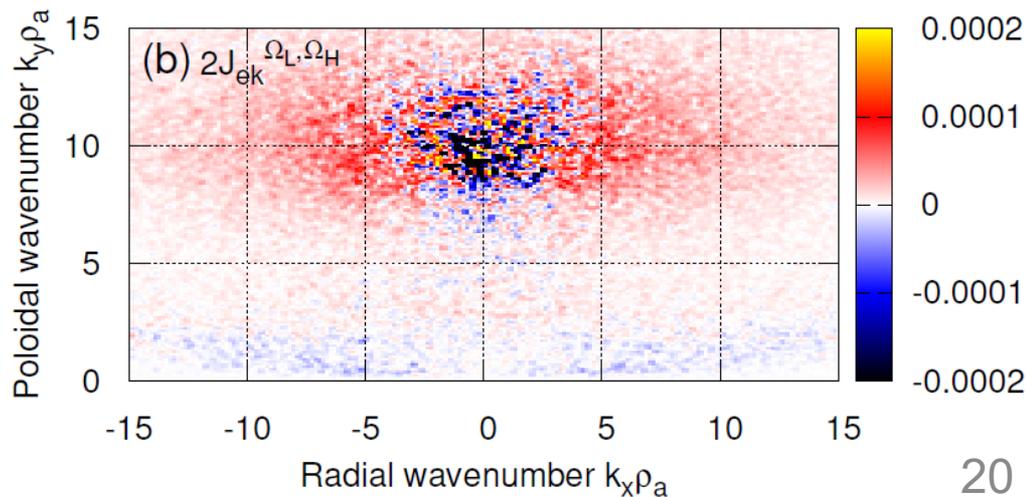
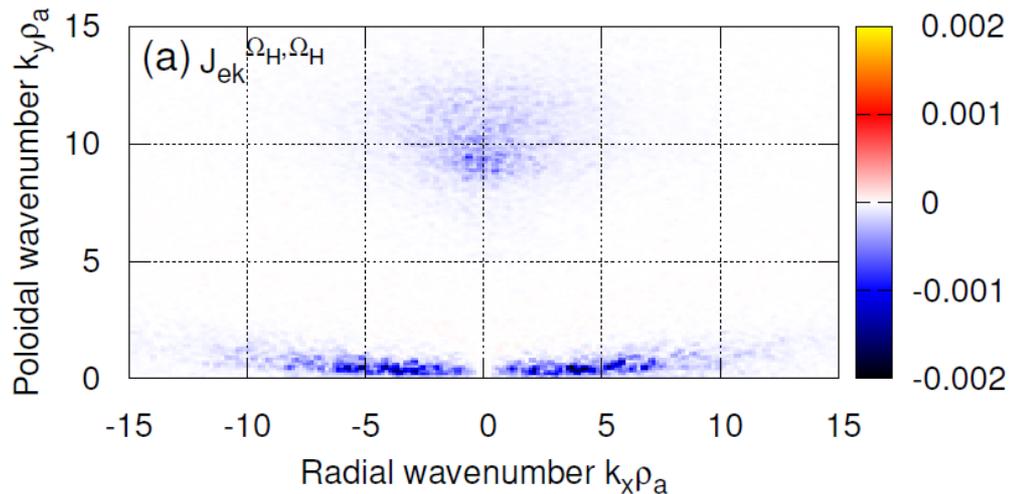
(a)  $J_k^{\Omega_H, \Omega_H}$ : 短・短波長揺動との結合  
により、低 $k_y$ かつ高 $k_x$ のモードが減衰。

(b)  $2J_k^{\Omega_L, \Omega_H}$ : 長・短波長揺動との結合  
により、高 $k_y$ かつ高 $k_x$ のモードが励起。

また、部分空間の詳細つり合いより

$$\sum_{k \in \Omega_L} J_k^{\Omega_H, \Omega_H} + 2 \sum_{k \in \Omega_H} J_k^{\Omega_L, \Omega_H} = 0$$

ETGのExB流により、低 $k_y$ かつ高 $k_x$ のMTM電流シートが、より細かいスケールへと壊されていく。



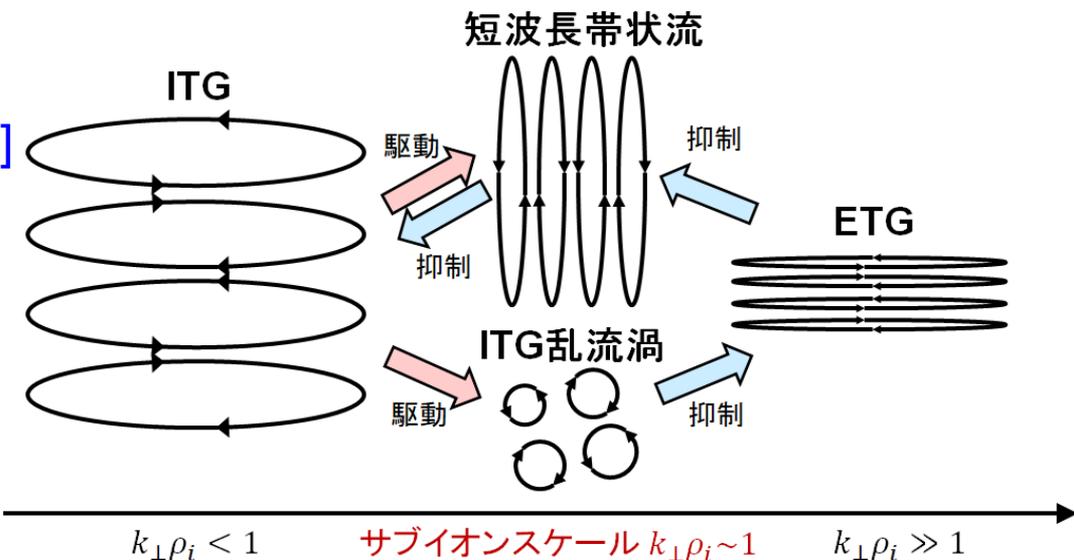
# まとめ

電子・イオン間マルチスケール乱流解析を実施し[Maeyama'15PC]、波の非線形結合解析に基づきマルチスケール相互作用を直接評価。[Maeyama'17NF]

## イオン/電子温度勾配モード

### (ITG/ETG)乱流 [Maeyama'15PRL]

- 短波長ITG乱流渦のシアリングによるETG抑制
- ETGが短波長帯状流を減衰することでITG励起

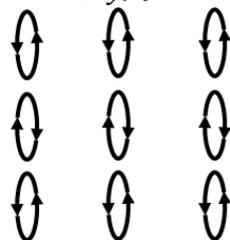


## マイクロティアリングモード

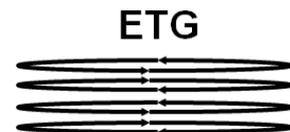
### (MTM)/ETG乱流 [Maeyama'17PRL]

- ETGが局所電流シート構造を破壊することでMTM抑制

MTM ( $k_y \rho_i < 1, k_x \rho_i > 1$ )



抑制



# 今後の展望

## 核融合炉開発との関係性

- ITGが十分不安定な場合は、従来のイオンスケール乱流解析で十分。
- ITGが安定に近い場合は、電子スケールの影響で輸送が～数倍変化。
- マルチスケール相互作用のモデリング [Staebler'17NF;Jian'17NF]

## マルチスケール相互作用の普遍的性質の解明

- 運動論的電子応答が重要(長／短波長とも)
- **サブイオンスケール構造を介したマルチスケール相互作用**  
(e.g., ITG乱流渦, 短波長帯状流, MTM電流シート, ...)
- 現象論的には「乱流は他の乱流と排他的」に見えるがその一般性は?  
[Itoh'01PPCF]

## コードの継続的開発

- 物理拡張、ポスト京向け最適化 ↔ FLAGSHIP2020プロジェクト
- 実験家の利用促進 ↔ GKV講習会@核融合研  
オープンソース化(マニュアル・Web 3月中公開)